

(Dies ist ein Teil des Buchs [Der Begriff der Wirklichkeit.pdf](#))

## 6. Wirklichkeit und Mathematik

Mit dem Abschluss des Kapitels über Qualia ist das Projekt dieses Buchs vollendet, einen Begriff der Wirklichkeit zu erstellen, der es erlaubt, *Was ist-* und *Warum-* Fragen nicht bloß formal zu behandeln, sondern bis auf ihren metaphysischen Grund zu verfolgen und dadurch zu beantworten, und der es ermöglicht, die Wirklichkeit in sich geschlossen und vollständig zu denken, mit *allen* zur Wirklichkeit gehörenden Phänomenen.

Es ist jedoch noch etwas zu erledigen: in 1.4. habe ich eine Erklärung angekündigt, warum Mathematik und Logik nicht "außerhalb" des Universums existieren, sondern aus diesem Universum hervorgehen und ein Teil davon sind. Das ist der Gegenstand dieses Kapitels.

### ***6.1. Einleitung: Der Zusammenhang zwischen Wirklichkeit und Mathematik***

Was ist Mathematik? Die Wissenschaft von Relationen zwischen Objekten und den daraus entstehenden Strukturen.

Was ist Wirklichkeit *für uns*? Relationen zwischen Objekten und die daraus entstehenden Strukturen.

Damit offenbart sich ganz unmittelbar ein enger Zusammenhang zwischen Wirklichkeit und Mathematik, der allerdings nur beim ersten Hinsehen als mögliche Identität von Wirklichkeit und einer ihr entsprechenden mathematischen Struktur erscheint. Denn schon der nächste gedankliche Schritt beweist – wie am Beginn des zweiten Teils ausgeführt – dass es einen unüberwindlichen Unterschied zwischen der Wirklichkeit und ihren Beschreibungen gibt: die Objekte der Wirklichkeit *existieren*, während die Objekte der Beschreibungen nur *definiert* sind. Deshalb fehlt der Mathematik – ebenso wie jedem anderen Beschreibungssystem – die *Substanz*, und es mangelt ihr somit auch an der metaphysischen Qualität *Aktivität*.

Das bedeutet aber nicht etwa, dass der soeben festgestellte enge Zusammenhang zwischen Mathematik und Wirklichkeit aufgehoben ist. Es besagt nur, dass die Wirklichkeit niemals mit einer mathematischen Struktur identisch sein kann, und dass es sich bei dem notwendig verbleibenden Unterschied um einen metaphysischen Unterschied handelt.

Aber selbst wenn dieser Unterschied metaphysischer Art ist, muss er sich doch auch formal äußern: Würde er sich formal nicht bemerkbar machen, dann bliebe die Verschiedenheit von Mathematik und Wirklichkeit *für uns* ohne Folgen, und es wäre dann nicht sinnvoll, eine solche Verschiedenheit zu behaupten.

Wie sich der metaphysische Unterschied zwischen Mathematik und Wirklichkeit als Begrenzung der formalen Beschreibbarkeit wirklicher Systeme und der Wirklichkeit insgesamt bemerkbar macht, war eines der Themen der vorhergehenden Kapitel. Hier eine kurze Zusammenfassung:

Jedes mathematische System besteht aus einer *vorgegebenen Menge von Axiomen und Regeln*.

Hingegen erzeugt die Wirklichkeit – aufgrund ihrer metaphysischen Qualität *Aktivität* – immer wieder *neue Regeln*, die nicht aus den bis dahin gültigen Regeln abgeleitet werden können. Versucht man, die Wirklichkeit auf ein mathematisches System abzubilden, dann erzeugt sie permanent Zustände, die – als Sätze des Systems ausgedrückt – Gödel-Sätzen, also nicht-ableitbaren Sätzen entsprechen. Das bedeutet: *die Wirklichkeit transzendiert jedes mögliche mathematische System*.

Wir wissen aber, dass viele Bereiche der Wirklichkeit sich durch eine mathematische Beschreibung ausgezeichnet annähern lassen. Dürfen wir annehmen, dass wir die jeweils beste Näherung finden können? Oder besteht die Möglichkeit, dass die Beschreibung der Wirklichkeit eine mathematische Struktur erfordert, zu der wir – ausgehend von der Mathematik, die uns zugänglich ist – niemals gelangen werden? Das ist mit hoher Wahrscheinlichkeit auszuschließen. Dagegen spricht die Art der Verbindung zwischen Mathematik und Physik auf der einen und der Wirklichkeit auf der anderen Seite: Mathematik beginnt mit *Zählen*, und Physik beginnt mit *Messen*. Die Wirklichkeit ist zählbar und messbar, und die Messwerte weisen in vielen Fällen Gesetzmäßigkeiten auf. Warum das so ist, habe ich im Anfangskapitel dieses dritten Teils meiner Arbeit beschrieben: Die Wirklichkeit *entsteht* aus einem Gesetz, sie *ist* das Gesetz – sofern der Begriff *Gesetz* nicht bloß formal, sondern metaphysisch aufgefasst wird, d.h. als *das, was sich vollzieht*. (Auf die Frage der Zählbarkeit komme ich gleich anschließend zurück.)

Zusammenfassend lässt sich feststellen:

Einerseits ist es keineswegs geheimnisvoll oder erstaunlich, dass Mathematik zur Beschreibung der Wirklichkeit geeignet ist, sondern selbstverständlich. Andererseits bestehen aber auch Einschränkungen, die in der hier vorgestellten Sicht der Wirklichkeit letztlich darauf zurückgehen, dass es unmöglich ist, durch mathematische Verfahren nachzuahmen, wie die Wirklichkeit die Zukunft erzeugt, weil es auf eine nicht-algorithmische Weise geschieht, die die metaphysische Qualität *Aktivität* voraussetzt.

Dennoch ist Mathematik unter allen möglichen Beschreibungen diejenige, die die Akzidenzien der Objekte der Wirklichkeit – die *Struktur* der gegenständlichen Wirklichkeit – am genauesten wiedergibt, sofern die beschriebenen Entitäten und Prozesse zum Bereich der *Materie* gehören.

Auch der *Ursprung des Seienden*, der *an sich* nicht in Substanz und Akzidens zerfällt, ist als das, was er *für uns* ist – als sich veränderndes Kontinuum – durch das Verfahren des Grenzübergangs mathematisch erfassbar.

Zum Verständnis *geistiger Phänomene* ist jedoch eine eigene, an das Wesen des Geistes – die Einheit von Empfindung und Bedeutung – angepasste Beschreibung besser geeignet. Mathematik und Naturwissenschaften haben hier nur noch assistierende Funktion; Der Versuch, Geist auf naturwissenschaftliche Weise zu erfassen, offenbart die metaphysischen Defizite der mathematischen und naturwissenschaftlichen Begriffe und Methoden.

## **6.2. Kurzer Exkurs: die drei Welten**

Ich halte die Einteilung des Existierenden<sup>1</sup> in die Welt der materiellen Objekte (Welt 1), die Welt des Geistes (Welt 2) und die Welt der geistigen Produkte (Welt 3) für richtig und notwendig. Wie jede bloße Aufzählung ist sie jedoch unbefriedigend.<sup>2</sup>

Mit den hier entwickelten Begriffen ist es nun ein Leichtes, diese Aufzählung durch die Beantwortung folgender Fragen zu einer strukturellen Hypothese über die Wirklichkeit zu vervollständigen:

- Welche Gründe zwingen uns dazu, die Welt auf diese Weise einzuteilen?
- Wie hängen die drei Welten zusammen? Wie können die Welten 2 und 3 auf die Welt 1 einwirken?
- Wodurch unterscheiden sich Objekte, die in verschiedenen Welten existieren, voneinander?

Alle drei Fragen sind hier schon beantwortet worden, allerdings ohne dass explizit darauf hingewiesen wurde.

---

<sup>1</sup> Kurz und übersichtlich in: *Karl R. Popper*: Three Worlds: The Tanner Lecture on Human Values at the University of Michigan, April 7, 1978

<sup>2</sup> Die Argumente, die Popper für diese Einteilung angibt, sind nicht wirklich zwingend. Alle seine Aussagen lassen sich problemlos reduktionistisch übersetzen. Es fehlt einfach an einer *systematischen* Begründung.

In unserer Terminologie ist die Welt 1 die Welt der *ersten Substanz*, die Welt 2 ist die Welt der *zweiten Substanz*, und die Welt 3 ist die Welt *ohne Substanz*.

Ist das nicht bloß eine weitere Aufzählung? Keineswegs! Hier zur Erinnerung eine kurze Wiederholung der Gedankengänge, die die geforderten Antworten enthalten:

Die Einführung des Begriffs *Substanz* ist notwendig, um der evidenten Tatsache gerecht zu werden, dass Objekte der Wirklichkeit – im Gegensatz zu Objekten in einer Beschreibung – *aktiv* sind, und dass diese Aktivität *von etwas* ausgehen muss, was als solches in Beschreibungen nicht vorkommt.

Dies lässt sich begrifflich durch die Aussage fassen, dass die Objekte der Wirklichkeit aus *Substanz und Akzidenzien* bestehen, die Objekte von Beschreibungen hingegen *nur aus Akzidenzien* – sie sind *substanzlos*.

Bei Objekten der Wirklichkeit sind Substanz und Akzidenzien untrennbar verbunden. Das ergibt sich unmittelbar aus der Tatsache, dass es unmöglich ist, wirklichen Objekten ihre *Aktivität* zu nehmen – es ist offensichtlich unmöglich, die Erde von ihrer Gravitation zu trennen.

Solange sich die Akzidenzien, die bei der Entfaltung der Natur zu immer komplexeren Strukturen entstehen, als Funktion einfacherer Akzidenzien darstellen lassen, bleiben diese Akzidenzien durch eine Kette funktioneller Abhängigkeiten mit dem einfachsten Akzidens – dem ersten Akzidens – und dadurch auch mit dessen Substanz – der ersten Substanz – verbunden.

Die Akzidenzien geistiger Entitäten – intrinsische Bedeutungen – sind jedoch nicht mehr als Funktionen einfacherer Akzidenzien darstellbar. Dadurch ist ihre Verbindung mit der anfänglich angenommenen Substanz unterbrochen, und daraus folgt die Notwendigkeit der Einführung einer weiteren Substanz bzw. einer verwandelten Substanz, mit der das Akzidens intrinsische Bedeutung untrennbar verbunden ist. Diese zweite Substanz muss genau das sein, was den Beschreibungen geistiger Entitäten fehlt, und das ist EMPFINDUNG. Die erste Substanz AGENS bzw. RAUMZEIT verwandelt sich also durch die Entstehung von geistigem Seienden in die zweite Substanz EMPFINDUNG.

Wie zu sehen ist, sind alle diese Aussagen direkte Konsequenzen der Einsicht, die am Anfang stand: der Einsicht, dass Objekte der Wirklichkeit *aktiv* sind, dass diese Aktivität *von etwas* ausgehen bzw. *zu etwas* gehören muss – alles folgt also aus der Annahme der *Substanz*.

In diesen Aussagen sind aber bereits die Definitionen der drei Welten enthalten. Somit erweist sich die Einteilung der Welt in eine materielle Welt, eine geistige Welt und eine Welt der Produkte des Geistes

ebenfalls als direkte Konsequenz der (notwendigen) Einführung der Substanz. Sowohl der Zusammenhang der drei Welten wie auch ihre Verschiedenheiten werden durch die obenstehenden Schlussfolgerungen auf einfache Weise aufgeklärt.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist der folgende: Um die Einführung der Welt 2 und der Welt 3 zu rechtfertigen, ist eine Widerlegung der Hypothese erforderlich, dass Geist auf Materie reduzierbar ist. Diese Argumentation wurde im Kapitel 3. *Willensfreiheit* durchgeführt. Die Behauptung, dass die Welt 2 und die Welt 3 auf die Welt 1 kausal einwirken können, setzt darüber hinaus das Konzept der *Kausalität von oben* voraus. Dieses ist im Kapitel 3 durch Beispiele und Analogien vorbereitet und im darauf folgenden Kapitel allgemein begründet worden.

Damit ist alles Wichtige zur Notwendigkeit der Einführung der drei Welten und über ihren Zusammenhang gesagt.

Von der Welt 3 – der Welt der Produkte des Geistes – habe ich bisher allerdings nur einige Beispiele erwähnt. (Eines dieser Beispiele war *Beschreibungen der Wirklichkeit*, ein weiteres, ausführlicher dargestelltes war *Simulationen wirklich existierender Systeme*.) Deshalb sollen nun, bevor wir im nächsten Abschnitt zum eigentlichen Thema dieses Kapitels kommen – der Frage nach der Art der Existenz mathematischer Objekte und Sätze – einige allgemeine Erläuterungen zu den Entitäten der Welt 3 folgen:

Die wesentlichen Merkmale der Entitäten der Welt 3 sind genau diejenigen, die im Abschnitt über Simulation beschrieben worden sind: Die Entitäten der Welt 3 unterscheiden sich von den Entitäten der anderen beiden Welten dadurch, dass sie keine Substanz haben und nur aus Akzidenzien bestehen. Deshalb können sie nicht selbständig existieren; sie benötigen eine *materielle Basis*.

Diese Akzidenzien können geistiger oder materieller Art sein. Beispiele für das erste sind Bücher, Kompositionen oder Heiligtümer, Beispiele für das zweite sind Geräte, Autos oder Raketen.

Warum haben Entitäten der Welt 3 keine Substanz? Weil ihnen *Aktivität* bzw. *Empfindung* fehlt. Falls sie, wie ein Tellurium oder irgendein anderes technisches Gerät, ein System mit einer eigenen, konstruierten Dynamik bilden, muss ihnen *Aktivität* von außen zugeführt werden; falls sie etwas *bedeuten*, wie Kunstwerke oder Tempel, gehen sie die Verbindung mit der zugehörigen Substanz EMPFINDUNG erst dann ein, wenn sie von einem Wesen, das Geist besitzt, wahrgenommen und verstanden werden.

Eine notwendige Bedingung für ein Welt-3-Objekt ist, dass es seine Existenz einer *Absicht* verdankt.

Ist diese Bedingung auch hinreichend? Was ist mit Objekten, die keine Dynamik haben, sondern bloß einen Zweck erfüllen, wie etwa Tische? Sind sie zur Welt 3 zu zählen?

Das ist eine Definitionsfrage. Da aber die Einführung der Welt 3 unumgänglich und ihre Existenz somit gesichert ist, erscheint es sinnvoll, alle Objekte, die ihre Existenz einer Absicht verdanken, zur Welt 3 hinzuzunehmen.

### ***6.3. Welche Existenz haben mathematische Objekte und Sätze?***

Mathematik beginnt mit Zählen.

Dass die Zahlen, mit denen man zählt, *natürliche* Zahlen genannt werden, ist allerdings irreführend, denn das sind sie gewiss nicht. Es gibt keine Zahlen in der Natur, genauer: in der Welt 1. *Wir* sind es, die zählen, mit anderen Worten: Zahlen gehören zur Beschreibung der materiellen Wirklichkeit und nicht zur materiellen Wirklichkeit selbst.

Wenn man die Zahlen, mit denen man zählt, für natürlich hält, dann steht man nach eine Reihe selbstverständlich erscheinender Schritte vor der imaginären Einheit und fragt sich vergeblich nach deren ontologischen Status. Wenn dagegen von Anfang an klar ist, dass es in der Natur keine Zahlen gibt, dann besteht der Unterschied zwischen den natürlichen und den komplexen Zahlen nur darin, dass die Beziehung der natürlichen Zahlen zu Elementen der physikalischen Wirklichkeit einfacher ist als die der komplexen Zahlen.

Zahlen können in Welt 2 und in Welt 3 auftreten:

- Sie können Elemente geistiger Prozesse sein, in denen sie als geistige Entitäten oder als Akzidenzien solcher Entitäten erscheinen.
- Wenn sie Elemente von Beschreibungen sind, die auf einer materiellen Basis unter Verwendung eines Codes auf irgendeine Art angebracht – z.B. aufgedruckt – sind, dann sind sie Entitäten der Welt 3.

Die Welt 1 enthält keine Zahlen, aber sie ist zählbar. Warum ist sie zählbar?

Die erste Voraussetzung dafür liegt in uns selbst: Wie in 3.4. *Geordnete Zustände in neuronalen Netzen* gezeigt, können wir Einzelnes weder wahrnehmen noch denken, sondern nur Allgemeines.<sup>3</sup>

Natürliche Zahlen sind solche Allgemeine, die von uns über die Wirklichkeit gebreitet werden.

Die zweite Voraussetzung ist, dass die Natur durch Selbstorganisation *Objekte* – stationäre Zustände der Kontinuumsdynamik – erzeugt, die einander hinreichend ähnlich sind, um die Bildung eines neuronalen Attraktors zu ermöglichen, der sie repräsentiert, oder anders gesagt: die unter denselben Begriff fallen. Da das Universum sich zunächst *global* selbst organisiert, so dass überall ähnliche Bedingungen für die lokale Selbstorganisation entstehen, ist diese Annahme naheliegend. Außerdem *sehen* wir ja einfach, dass sie zutrifft.

Die Mathematik folgt in ihrer Entwicklung anfangs dem Pfad, der durch die natürlichen Zahlen und die bekannten Rechenoperationen vorgegeben ist. Danach wird sie aber zum freien Spiel des Geistes mit Objekten und Strukturen, das ein Charakteristikum der Welt 2 ist.

Mathematik ist das hervorragendste Beispiel einer besonderen Art geistiger Tätigkeit: dem Erfinden und Ausarbeiten von Systemen, die *erstens* aus einer Anzahl definierter Objekte bestehen und *zweitens* aus Regeln, wie aus vorhandenen Objekten weitere Objekte konstruiert werden können. Diese Systeme sind dann zugleich Entitäten der Welt 3.

Ein Beispiel für eine solche Entität ist der Teppich, von dem im Abschnitt 4.3. *Warum die Natur kein algorithmisches System ist* die Rede war. Dort stand Folgendes: (Ich wiederhole die ganze Passage, weil sie den wesentlichen Punkt der Frage verdeutlicht, welche Existenz mathematische Objekte und Sätze haben.)

"Nehmen wir an, wir hätten die Absicht, einen vielfarbigen Teppich zu weben. Die Anfangsreihe liegt bereits vor uns, und außerdem verfügen wir über ein vollständiges Set von Web-Regeln. Nehmen wir nun ferner an, im Lauf des Web-Vorgangs entstehe auf dem Teppich irgendwann das Bild eines Löwen. Die Frage ist: Existierte dieser Löwe schon, bevor der Teppich gewebt wurde? Wenn damit gemeint ist, dass der Löwe aus der Anfangsreihe und den Web-Regeln hergestellt werden kann – in diesem Sinn also darin enthalten ist – dann ist die Antwort *ja*.

---

<sup>3</sup> Zur Erinnerung: Muster, die etwas repräsentieren, sind Attraktoren im Zustandsraum des Netzes. Attraktoren haben ein Einzugsgebiet. Punkte im Einzugsgebiet entsprechen Reizen, die durch Einzelnes ausgelöst werden, und das Einzugsgebiet im Ganzen entspricht allen möglichen Einzelfällen, die zum selben Attraktor führen. Der Attraktor ist somit die Repräsentation des Allgemeinen über diesen Einzelfällen. Als geistige Entität aufgefasst ist er also kein Einzelding, sondern ein *Universale*.

Vor einer Frage derselben Art stehen Mathematiker, wenn sie im Laufe ihrer Schlussfolgerungen auf mathematische Sätze stoßen. Diese Sätze werden offenbar nicht erfunden, sondern entdeckt. Sie sind auf dieselbe Weise in den Axiomen und Regeln des mathematischen Systems "enthalten" wie der Löwe in der Anfangsreihe und den Web-Regeln des Teppich-Systems."

Es ist also klar, welche Art Existenz mathematische Objekte und Sätze haben: Sie sind Elemente von Systemen, die von Wesen mit Geist – also in der Welt 2 – erdacht werden. Wenn es im System ein Verfahren gibt, durch das man in einer endlichen Anzahl von Schritten zu einem solchen Element gelangt, dann kann es *entdeckt* werden, und deshalb erscheint es gerechtfertigt, zu behaupten, dass dieses Element auch schon vor seiner Entdeckung existierte.

Mathematische Objekte und Sätze existieren daher *genau dann, wenn* ein System existiert, nach dessen Axiomen und Regeln sie gebildet sind. Durch die Anwendung der Regeln zur Erzeugung neuer Objekte und Sätze können sie entdeckt werden.

Damit ist das Wesentliche über die Existenz mathematischer Entitäten gesagt. Sie werden in der Welt 2 gebildet und existieren dann in der Welt 3. Deshalb ist Geist für die Existenz mathematischer Entitäten – wie für alle Entitäten der Welt 3 – eine notwendige Voraussetzung. Kurz gesagt: ohne Geist keine Mathematik.

Manche Mathematiker und Philosophen meinen allerdings, dass mathematische Objekte und Aussagen eine platonische Existenz haben, d.h. dass sie vollkommen selbständig, in der Form einer eigenständigen Wirklichkeit existieren. Der Grund dafür ist, dass mathematische Wahrheiten unabhängig von ihrer materiellen Realisierung gültig erscheinen. Das Verhältnis von Kreisumfang und Kreisdurchmesser wird immer  $\pi$  sein – und man ist versucht zu sagen: gleichgültig in welchem Universum man sich befindet oder ob es überhaupt ein Universum gibt.

Warum ist das so? Um dies aufzuklären, widmen wir uns zunächst der Frage, ob Zahlen und einfache Rechenoperationen *erfunden* oder *entdeckt* werden.

Die Antwort ergibt sich aus der zuvor erwähnten Tatsache, dass im Geist nur Allgemeines enthalten ist. Jedes Objekt, das in unserer Wahrnehmung oder in unserem Denken auftritt, ist ein *Universale*. Zum Einzelnen wird es erst durch einen Namen, durch eine Orts- und Zeitangabe oder durch eine hinreichende Anzahl von Merkmalen, die jedoch, für sich betrachtet, ebenfalls Universalien sind

Daraus folgt, dass die Welt für Wesen, die Geist besitzen, in *Mengen* eingeteilt ist. Zahlen sind aber nichts anderes als Eigenschaften solcher Mengen. (Z.B. ist die Zahl 5 diejenige Eigenschaft, die allen Mengen gemeinsam ist, die genauso viele Elemente enthalten wie ich Finger an einer Hand habe.) Mit



anderen Worten: Zählen ist eine fundamentale Handlung jedes hinreichend entwickelten Geistes, die in einem solchen Geist *mit Notwendigkeit* auftritt.

Der nächste Schritt: Die elementaren Operationen mit Zahlen entstammen den Erfahrungen, die im Umgang mit Objekten gemacht werden: 2 Schafe plus 1 Schaf ergibt 3 Schafe, und das ist ein Gesetz, das unabhängig davon gilt, ob es Schafe gibt, ja sogar unabhängig davon, *was* überhaupt gezählt wird, d.h. unabhängig von seiner materiellen Realisierung.

Hat dieses Gesetz deshalb eine platonische Existenz? Nein. Es kann erst dann auftreten, wenn die natürliche Evolution Wesen mit Geist hervorbringt, die die Welt begrifflich erfassen und einteilen.

Existierte dieses Gesetz, *bevor* es im Geist auftrat? Nein. Nichts existiert, bevor es entsteht. Auch Geist selbst existiert nicht, bevor er entsteht. Daran würde sich auch nichts ändern, wenn gezeigt werden könnte, dass Geist *mit Notwendigkeit* entsteht, in dem Sinn, dass jede mögliche Entfaltung des Kosmos Geist hervorbringen muss. Auch dann wäre es nicht sinnvoll zu behaupten, Geist existiere, bevor er tatsächlich auftritt.

Dasselbe gilt für mathematische Objekte und Sätze. Sie erscheinen als notwendige Konsequenz der Beziehung zwischen Geist und materieller Wirklichkeit. Erst mit dem Auftreten von Geist können sie existieren; vorher haben sie keine Existenz.

Die Frage, ob Zahlen und Rechenoperationen erfunden oder entdeckt werden, kann also nur mit "weder-noch" beantwortet werden:

Werden sie *entdeckt*? Nein. Es gab sie vorher nicht. Werden sie *erfunden*? Nein. Die Entwicklung des Geistes führt mit Notwendigkeit zu ihrem Erscheinen.

Selbst wenn man also annimmt, dass *jedes* Wesen, das über Geist verfügt und in hinreichendem Maß denkfähig ist, zu den Zahlen und zur Mathematik vordringt, ist dadurch nicht deren selbständige Existenz bewiesen. Vielmehr ist es die *Interaktion* von Welt 2 und Welt 1, die zwingend zur Mathematik führt, und nicht die platonische Existenz mathematischer Begriffe und Sätze.

Zahlen sind Elemente der Welten 2 und 3. In der Welt 1, der materiellen Welt, gibt es keine Zahlen. Es gibt dort auch keine Kreise, Kreisumfänge oder Kreisdurchmesser. Auch der Löwe, der auf dem Teppich erscheint, ist kein materiell existierender Löwe; er ist nur das Bild eines Löwen; aber die Aussage, dass er erscheint, *wenn* der Teppich gewebt wird, ist wahr, gleichgültig, ob er nun tatsächlich gewebt wird oder nicht.

*Keines* der Objekte der Welt 3 ist mit einem Objekt der Welt 1 identisch. Das gilt auch in jenen Fällen, wo die zeitliche Entwicklung eines wirklich existierenden Systems annähernd durch ein mathematisches System wiedergegeben werden kann. Auch die Objekte eines solchen mathematischen Systems haben keine materielle Existenz. Das mathematische System *ist nicht* das wirkliche System, und die Objekte des mathematischen Systems *sind nicht* die wirklichen Objekte.

Aus dieser *metaphysischen* Differenz folgt eine *formale* Differenz: Objekte, die in einem mathematischen System existieren, werden auf algorithmische Weise aus den Axiomen und Regeln des Systems erzeugt. Wirklich existierende Objekte hingegen entstehen aus dem fundamentalen Gesetz und den globalen Bedingungen auf nicht-algorithmische Weise. Das fundamentale Gesetz ist kein Algorithmus, und die Wirklichkeit ist kein mathematisches System. Wie zuvor festgestellt, nähert sich die Wirklichkeit im Laufe ihrer Entfaltung durch Selbstorganisation bisweilen algorithmischer Beschreibbarkeit an – dann scheinen sich Mathematik und Wirklichkeit zu berühren – ohne sie aber je ganz zu erreichen. Und gelegentlich ähneln wirkliche Strukturen oder die Bahnen wirklicher Objekte mathematischen Figuren, wie Kreisen oder Ellipsen, ohne jemals ganz mit ihnen übereinzustimmen, und wirklich existierende Systeme ähneln bisweilen physikalischen Systemen, die einem Gesetz gehorchen.

Letztlich aber handeln alle Naturgesetze – außer dem *fundamentalen* Gesetz, das jedoch auf das unendlich Kleine beschränkt bleibt – ausschließlich von idealisierten, niemals vollständig verwirklichten Systemen. Naturgesetze sind also, nicht anders als Kreise oder Ellipsen, selbst stets Idealisierungen; Es sind Schöpfungen des Geistes, Elemente von erdachten Welten, die die wirkliche Welt bloß simulieren und aus metaphysischen Gründen niemals vollständig mit ihr übereinstimmen können.

#### **6.4. Die Herkunft des Allgemeinen**

Wie gelangt das Allgemeine in die Welt? Auf zwei Wegen:

1. Die Wirklichkeit wird aus einer einzigen Regel erzeugt, die zugleich Sachverhalt und Gesetz ist.

Aus dieser differenziellen Regel entfaltet sich das Universum durch Selbstorganisation. Zunächst bildet sich ein globales Raum-Zeit-Muster, dessen einzelne Bereiche Randbedingungen für die Entstehung lokaler Raum-Zeit-Muster darstellen. Diese lokalen Muster ("Elementarteilchen") sind einander hinreichend ähnlich, um als Objekte eines Naturgesetzes auftreten zu können. Sie bilden wiederum Muster höherer Ordnung, für die dasselbe gilt. Dieser Vorgang wiederholt sich einige Male.

Die Objekte, die auf diese Weise entstehen, präsentieren sich uns als das, was der Fall ist, als das jeweils *Einzelne*. Als Einzelne könnten sie sich jedoch nicht gesetzmäßig verhalten – dazu bedarf es des *Allgemeinen*, aus dem sie verfertigt sind und das sie somit in sich tragen.

Dies ist also der erste Weg, auf dem das Allgemeine in die Wirklichkeit eintritt: Die Regel, nach der die Wirklichkeit gebildet wird, ist selbst ein Allgemeines, und sie vererbt ihre Allgemeingültigkeit auf die Gesetzmäßigkeiten der Beziehungen zwischen den aus ihr entstehenden raumzeitlichen Mustern (Objekten) – allerdings nur *näherungsweise*, da es ausschließlich Objekte und Sachverhalte gibt, die einander *ähnlich* sind, und keine, die miteinander *identisch* sind; Für die exakte Gültigkeit solcher Gesetzmäßigkeiten wäre jedoch Identität der Objekte und Sachverhalte erforderlich.

Um diese Tatsache überhaupt formulieren zu können, muss aber das Allgemeine schon im Denken vorhanden sein. Dorthin gelangt es auf folgende Weise:

2. Alle Objekte und alle Sachverhalte werden im Geist durch *Attraktoren* der Dynamik des Systems repräsentiert, das Geist hervorbringt (das neuronale Netz).

Attraktoren können aber nicht einzelne Objekte repräsentieren, sondern ausschließlich Mengen von (ähnlichen) Objekten: dadurch, dass jeder Attraktor ein Einzugsgebiet hat, werden *ähnliche Objekte* durch *denselben Attraktor* repräsentiert. Jede Wahrnehmung, jeder Begriff ist somit ein Allgemeines.

Da alle (geistigen) Objekte und Sachverhalte Allgemeine sind, gibt es in der geistigen Wirklichkeit nur Aussagen über Allgemeines. Deshalb können im Bereich des Wahrgenommenen und des Gedachten Gesetze vollkommen genau gelten, und wahre Aussagen sind möglich. Auf die materielle Wirklichkeit angewendet, bleiben sie aber nur solange wahr, als von den tatsächlich bestehenden Unterschieden abgesehen wird – wie etwa beim Zählen von Objekten oder beim Rechnen mit Objekten. Bei der Beschreibung der Dynamik realer Systeme ist es jedoch weder möglich, von bestehenden Unterschieden abzusehen, noch können diese vollständig erfasst werden. Also gibt es hier prinzipiell nur Näherungen.

Um das Verhältnis von Gesetz und Wirklichkeit zu begreifen, werden beide Quellen des Allgemeinen benötigt:

Ohne die Kenntnis der allgemeingültigen Regel, die die Wirklichkeit erzeugt, kann nicht verstanden werden, warum sich die Wirklichkeit gesetzmäßig verhält und in manchen Fällen algorithmischer Beschreibbarkeit annähert; Humes Begründungsproblem ist dann unlösbar.

Ohne das Wissen, dass Objekte und Sachverhalte durch Attraktoren repräsentiert werden, bleibt die Herkunft des Allgemeinen im Dunklen.

Wenn das Wissen von einer der beiden Quellen fehlte, dann wäre die Annahme einer eigenständigen, platonischen Existenz des Allgemeinen unvermeidlich. Wie jede Art von Dualismus oder Pluralismus würde aber auch diese Annahme an der Unlösbarkeit des Problems des Zusammenwirkens scheitern: Die Frage, wie Gesetz und Seiendes zusammenhängen – wie also das Allgemeine auf das Einzelne, das jeweilige Seiende *einwirkt* oder auf welche Weise es *in* diesem Seienden *ist* – könnte nicht beantwortet werden.

### ***6.5. Der Ursprung der Wirklichkeit und der Mathematik***

An jedem Ort und zu jedem Zeitpunkt vollzieht sich das fundamentale Gesetz und verfertigt in seinem Vollzug das veränderliche Gewebe der Raumzeit. Es bilden sich einfache Objekte in der Form raumzeitlicher Muster. Sie schließen sich zu Objekten höherer Komplexität zusammen. Dieser Vorgang wiederholt sich mehrere Male. Zuletzt entstehen Objekte, die fähig sind, sich selbst zu replizieren. Damit beginnt die biologische Evolution. Sie führt schließlich zu Objekten, die mit Geist ausgestattet sind. Diese Objekte – oder nennen wir sie besser *Wesen* – erfassen die Welt durch Begriffe, die Universalien sind. So werden sie zur Welt der Zahlen geführt. Dort entdecken sie das unendlich Kleine und nehmen es durch die Methode des Grenzübergangs in Besitz. Mit diesen Fähigkeiten ausgestattet wenden sie sich gedanklich dem *Ursprung des Seienden* zu und begreifen, wie sich die Wirklichkeit durch Änderung von Augenblick zu Augenblick entfaltet, indem sie das fundamentale Gesetz vollzieht.

So also lautet die Kurzform der Geschichte von der Entstehung der Mathematik und davon, wie sie an den Ursprung von Allem gelangt.

Die Wirklichkeit selbst wendet keine Mathematik an. So, wie der Grashalm nicht berechnet, wohin er sich bewegt, sondern einfach dem Wind folgt, der ihn berührt, so berechnet auch die Wirklichkeit nicht ihren nächsten Schritt, sondern folgt an jedem Ort und zu jeder Zeit nur den differenziell benachbarten raumzeitlichen Änderungen.

Wir jedoch benötigen Mathematik, um zu begreifen und nachzuvollziehen, wie das Gewebe der Wirklichkeit entsteht, weil unsere Beschreibungen zum unmittelbaren Nachvollzug dessen, was die Wirklichkeit tut, wegen des Fehlens der *Substanz* und damit zugleich der metaphysischen Qualität *Aktivität* ungeeignet sind.