(Dies ist ein Teil des Buchs Der Begriff der Wirklichkeit.pdf)

Inhalt:

Lokale Auflösung des EPR-Paradoxons..2
1.1. Vorbemerkungen..2
1.2. Das 2-Photonen Szenario; Ableitung der Bellschen Ungleichung..3
1.3. Die lokale Alternative, demonstriert an einem einfachen Beispiel..7
1.4. Das 2-Photonen Szenario – Lokale Rekonstruktion der QM-Voraussagen..10
1.5. Ergänzende Bemerkungen..15
1.6. Warum ist hier die Bellsche Ungleichung nicht anwendbar?..16
1.7. Zusammenfassung, Schluss..19

1. Lokale Auflösung des EPR-Paradoxons

1.1. Vorbemerkungen

Das EPR-Paradoxon wird in zwei Durchgängen geklärt: der erste Durchgang dient nur dazu, die Behauptung zu widerlegen, dass es unmöglich sei, die quantenmechanischen Voraussagen für Messungen an verschränkten Systemen durch eine ausschließlich lokale Theorie zu reproduzieren. Dafür genügt es, eine solche Theorie zu präsentieren – die sich daraus ergebenden physikalischen Folgerungen können vorläufig außer Acht gelassen werden. Nach der Interpretation der Relativitätstheorie, der Alternativdarstellung des Lichtelektrischen Effekts und des Compton-Effekts sowie der Erklärung der "Reduktion der Wellenfunktion" werde ich aber zum EPR-Paradoxon zurückkehren; Die lokale Auflösung des Paradoxons wird dann Teil der Neuinterpretation der Quantentheorie sein.

Zum Verständnis des Paradoxons reichen einige wenige Fakten:

1. Durch die quantenmechanische Beschreibung eines Objekts wird für einige Attribute kein eindeutiger Wert festgelegt, sondern nur die Wahrscheinlichkeitsverteilung möglicher Messwerte.

2. Das gilt auch im Fall zweier räumlich getrennter Objekte, die in der Vergangenheit miteinander in Wechselwirkung standen oder die dem Zerfall eines Objektes entstammen.

3. Zwischen den Ergebnissen bestimmter Messungen an diesen beiden Objekten besteht dann ein Zusammenhang, der "Verschränkung" genannt wird. Z.B. sind bei zwei identischen Teilchen A und B, die aus dem Zerfall eines ruhenden Objektes hervorgegangen sind und sich vom Ort des Zerfalls in entgegengesetzte Richtungen entfernen, die Messwerte der Impulse in derselben Weise miteinander verknüpft wie in der klassischen Physik, d.h. es gilt jedenfalls $p_A = -p_B$. Ein anderes Beispiel: Zerfällt ein Spin-0-System in zwei Photonen, dann sind die gemessenen Polarisationsrichtungen der beiden Photonen zueinander rechtwinkelig.

Das ist schon alles! Was ist daran paradox? Auch das ist schnell erklärt:

Nehmen wir an, es wurde noch keine Messung durchgeführt. Dann ist also bloß die Wahrscheinlichkeitsverteilung der möglichen Messwerte bekannt. Wird aber jetzt der Impuls von Teilchen A gemessen, dann ist wegen (3) natürlich auch *im selben Augenblick* der Impuls von Teilchen B gegeben, und ebenso verhält es sich im Fall der Photonenpolarisation.

Man kann nun mit Einstein, Podolsky und Rosen folgendermaßen argumentieren:

B ist von A beliebig weit entfernt. Die Messung des Impulses von A kann daher keinen Einfluss auf B haben. Wenn also *nach* der Messung des Impulses von A auch der von B gegeben ist, dann muss das Ergebnis der Messung von B schon *vor* der Messung von A festgestanden haben – andernfalls hätte ja die Messung von A eine Zustandsänderung von B bewirkt. Da aber die quantenmechanische Beschreibung diesen Impuls nicht enthält, ist sie *unvollständig*. (Der Impuls wäre in diesem Fall ein sogenannter *verborgener Parameter.*)

Ein plausibles Argument! Die Alternative wäre ja, einen *nichtlokalen* Zusammenhang zwischen den beiden Messwerten anzunehmen, d.h. einen Zusammenhang, der entweder eine überlichtschnelle Übermittlung erfordert oder überhaupt ohne einen vermittelnden Prozess existiert und einfach als solcher hingenommen werden muss.[1]

Jetzt aber folgt die Paradoxie: Eben diese plausible EPR-Annahme, dass das Messergebnis an B schon vor der Messung an A feststeht, weil es einer *objektiv* existierenden Eigenschaft eines Einzelsystems entspricht, ist eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Ableitung der Bellschen Ungleichung, aus der wiederum folgt, dass keine *lokale* Beschreibung der Welt möglich ist, die mit den – experimentell überprüften – Voraussagen der Quantentheorie übereinstimmt. Das Argument, mit dem EPR die Unvollständigkeit der Quantentheorie zeigen wollten, dient also schließlich dazu, ihre eigene Intention, die Welt auf lokale und objektive Weise zu beschreiben, ad absurdum zu führen.

Die Verschränkung muss daher tatsächlich als *nichtlokaler Zusammenhang* aufgefasst werden. Anscheinend sind wir gezwungen, uns mit der Nichtlokalität der Welt abzufinden. Dies ist jedenfalls der gegenwärtige Stand der Dinge.

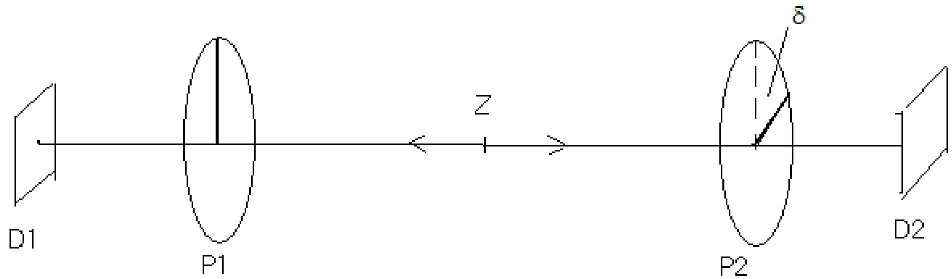
1.2. Das 2-Photonen Szenario; Ableitung der Bellschen Ungleichung

Wenden wir uns nun jenem Fall zu, der experimentell am besten untersucht ist: einem 2-Photonen-System mit Gesamtspin 0.

Sei also Z ein Spin-0-System, das in zwei Photonen zerfällt:

---

[1] Der quantenmechanische Formalismus informiert nur über die zu erwartenden Messwerte. Er gibt keine Auskunft darüber, wie diese Messwerte zustandekommen oder ab welchem Zeitpunkt der Messwert von B existiert. Eine Übertragung durch einen Prozess, dessen Geschwindigkeit nicht größer ist als die des Lichts, ist aber experimentell ausgeschlossen worden.



(S1)

P_1 und P_2 sind Polarisatoren, D_1 und D_2 Photonendetektoren. Die Ebene des rechten Polarisators P_2 ist um den Winkel δ gegenüber der Ebene des linken Polarisators P_1 verdreht.

Zunächst kurz die quantenmechanische Beschreibung (– aber nur der Vollständigkeit halber; für die anschließenden Überlegungen wird nur der Wert der Wahrscheinlichkeit W(δ) in (2) benötigt).

Der Zustandsvektor der beiden Photonen ist

$$\psi = \sqrt{\frac{1}{2}}\left(x_1\, y_2 - x_2\, y_1\right), \tag{1}$$

wobei x_1, y_1 sowie x_2, y_2 die Polarisationszustände der Photonen bezüglich beliebiger x- und y-Achsen sind. In Winkelfunktionen ausgedrückt

$$\psi = \sqrt{\frac{1}{2}}\,(\cos\alpha \sin(\alpha-\delta) - \cos(\alpha-\delta)\sin\alpha\,) \tag{1'}$$

Für die Wahrscheinlichkeit W(δ) des gleichzeitigen Ansprechens beider Detektoren gilt

$$W(\delta) = \psi^2 = \frac{1}{2}\sin^2\delta\ . \tag{2}$$

Betrachten wir nun ein Experiment, das mit einer Reihe solcher Photonenpaare durchgeführt wird.

Es gibt zwei Ereignisfolgen: {EL} (Ereignisse links) und {ER} (Ereignisse rechts), beide mit jeweils nur zwei möglichen Werten: 1 (Photon) oder –1 (kein Photon). Die Ereignisse sind *Polarisations-*

messungen. *Vor* der Messung – im Zustand, der durch (1) beschrieben wird – haben die Photonen *keine* bestimmte Polarisation, was daraus hervorgeht, dass (1) von der Wahl der Richtungen der x- und y-Achse unabhängig, also bezüglich der Ausbreitungsrichtung der Photonen rotationssymmetrisch ist. Wird die Polarisation eines Photons, sagen wir: des linken gemessen, dann ist auch die Polarisation des rechten gegeben. (Z.B.: Wenn das linke Photon im Detektor erscheint, dann ist seine Polarisation parallel zur Richtung des linken Polarisators; dann steht auch ohne Messung fest, dass die Polarisation des rechten normal zu dieser Richtung ist. Es wird dann mit der Wahrscheinlichkeit $\sin^2\delta$ den rechten Polarisator passieren.)

Dies ist der Ausgangspunkt des ***EPR-Arguments***: In der QM-Beschreibung liegt das rechte Photon nach der Messung des linken in einem anderen Zustand vor als vor dieser Messung. Da aber auszuschließen ist, dass die Messung am linken Photon den Zustand des – beliebig weit entfernten – rechten Photons *tatsächlich* geändert haben könnte, muss angenommen werden, dass die Polarisation des rechten Photons schon vor der Messung existierte. Gemäß (1) gibt es aber vor der Messung keine bestimmte Polarisation, also ist nach EPR die QM unvollständig.

Die ***EPR-Annahme***, dass die zu messenden Eigenschaften irgendwelcher Objekte schon *vor* – d.h. unabhängig von – der Messung vorhanden sind, ist eine notwendige und hinreichende Voraussetzung für die Ableitung der ***Bellschen Ungleichung***, und zwar aus folgendem Grund:

Jede Ableitung der Bellschen Ungleichung beruht auf Aussagen darüber, wie die Messobjekte eines bestimmten Experiments sich *bei anderen Messungen verhalten würden;* tatsächlich ließe sich die Ungleichung ohne eine solche Aussage gar nicht notieren. Für *verschränkte Objekte* sind Aussagen dieser Art unzulässig, denn diese Objekte müssen, zusammen mit ihren jeweiligen Partnern, als *ein* System aufgefasst werden, und Aussagen über ihr Verhalten bei weiteren Messungen sind nicht erlaubt.

Durch die EPR-Annahme wird es aber möglich, solche Aussagen zu machen: Wenn es sich um voneinander getrennte Objekte handelt, deren Eigenschaften schon vor der Messung feststehen, dann ist offenbar auch bekannt, wie andere Messungen an diesen Objekten ausfallen würden.

Das soll an einer für unser Beispiel adaptierten Variante der Bellschen Ungleichung demonstriert werden (nach Bernard d'Espagnat 1979): [2]

---

[2] Ich habe diese Variante gewählt, weil sie ohne physikalische Kenntnisse verständlich ist und weil es für meine Schlussfolgerungen völlig gleichgültig ist, welche Version der Ungleichung gewählt wird: der Schritt, auf den sich meine Argumentation stützt, ist *in jedem Fall* für die Aufstellung der Ungleichung unerlässlich.

Der verborgene Parameter sei die Polarisation der Photonen. Unabhängig von irgendwelchen Messungen habe also jedes der beiden Photonen in jeder möglichen Richtung eine Komponente 1 oder 0 (geht durch den Polarisator oder nicht).

Sei α der Winkel des linken, γ der des rechten Polarisators. $R(\alpha|\gamma)$ sei die Zahl der Fälle, in denen bei R Messungen beide Detektoren ansprechen.

Wenn beide Polarisatoren auf denselben Winkel eingestellt sind, dann gehen wegen (2) niemals beide Photonen eines Paares durch, sondern immer nur entweder das linke oder das rechte. Daher kann $R(\alpha|\gamma)$ unterteilt werden in $R(\alpha,\beta|\gamma)$ (– das ist die Zahl jener Photonen aus $R(\alpha|\gamma)$, die bei einem dritten Winkel β *links* durchgehen würden) und $R(\alpha|\beta,\gamma)$ (– die Zahl der Photonen aus $R(\alpha|\gamma)$, die bei demselben Winkel β *rechts* durchgehen würden):

$$R(\alpha|\gamma) = R(\alpha,\beta|\gamma) + R(\alpha|\beta,\gamma) \qquad (3)$$

Dies ist der Punkt, an dem die EPR-Annahme eingeht. Die Objekte, die bei den Winkeln α und γ gemessen wurden, könnten nun nicht zusätzlich beim Winkel β gemessen werden, und im Fall ihrer Verschränkung wären die obigen Schlüsse unzulässig; Durch die EPR-Annahme ist es aber möglich, Aussagen darüber zu machen, was bei der Einstellung der Polarisatoren auf β der Fall wäre, wenn ***dieselben Photonenpaare*** *unterwegs wären wie bei der ersten Serie.*

Es gilt sicher $R(\alpha,\beta|\gamma) \leq R(\beta|\gamma)$, da die Zahl der Photonen, die bei β durchgehen, nicht kleiner sein kann als die Zahl der Photonen, die sowohl bei β als auch bei α durchgehen. Ebenso gilt $R(\alpha|\beta,\gamma) \leq R(\alpha|\beta)$. *(Auch für diesen Schritt wird die EPR-Annahme benötigt.)*

Damit folgt aus (3) die Bellsche Ungleichung: $$R(\alpha|\gamma) \leq R(\alpha|\beta) + R(\beta|\gamma) \qquad (4)$$

Gemäß (2) gilt: $$R(\alpha|\beta) = \frac{R}{2}\sin^2(\beta-\alpha) = \frac{R}{2}\sin^2\delta$$

Für die Winkel $\alpha = 0°,\ \beta = 22{,}5°,\ \gamma = 45°$

wird (4) zu $0{,}5 \leq 0{,}1464 + 0{,}1464$, also $0{,}5 \leq 0{,}293$.

Die Bellsche Ungleichung steht also im Widerspruch zur Quantenmechanik. Experimente bestätigen die Quantenmechanik. Bezogen auf die tatsächlichen Messungen ist die Bellsche Ungleichung somit ungültig.

Wie oben ersichtlich, gehen aber in die Ableitung der Bellschen Ungleichung (außer Logik und Mathematik, deren Richtigkeit vorausgesetzt ist) nur zwei Annahmen ein: Die Verschränkungsbedingung (bei gleichem Winkel links und rechts wird stets genau *ein* Photon gemessen) und die EPR-Annahme. Die Gültigkeit der Verschränkungsbedingung ist experimentell erwiesen. Somit folgt aus der Falschheit der Ungleichung die Falschheit der EPR-Annahme, und das heißt:

Vor der Messung der Polarisation des einen Photons hat das andere Photon keine bestimmte Polarisation. Nach dieser Messung hat es eine Polarisation. Das bedeutet: Die Messung des einen Photons bewirkt eine Zustandsänderung des anderen; Es gibt tatsächlich einen nichtlokalen Zusammenhang.

Soweit also die allgemein als verbindlich aufgefasste Beweiskette.

1.3. Die lokale Alternative, demonstriert an einem einfachen Beispiel

Wenn – wie EPR annahmen – die Messobjekte *voneinander getrennt* sind und ihre Eigenschaften unabhängig von der Messung haben, dann erscheint es vollkommen selbstverständlich, dass das Verhalten dieser Objekte bei weiteren Messungen bekannt ist.

Genau diese scheinbare Selbstverständlichkeit werden wir aber nun in Frage stellen. Konkret: Wir werden untersuchen, ob die Annahme der Getrenntheit bzw. der Lokalität (die EPR-Annahme) tatsächlich Aussagen über weitere Messungen an denselben Objekten erlaubt und dadurch die Ableitung der Bellschen Ungleichung ermöglicht.

Ich formuliere zunächst noch einmal die Lokalitäts-Annahme. Sie lautet:

A1: *Das Ergebnis der Messung auf einer Seite ist unabhängig davon, ob auf der anderen Seite eine Messung erfolgt ist oder nicht. Es wird von dieser Messung nicht beeinflusst.*

Wie zuvor ausgeführt, muss für die Ableitung der Bellschen Ungleichung (nicht nur bei der hier vorgestellten Variante, sondern in jedem Fall) Folgendes vorausgesetzt werden:

A2: *Aussagen über weitere Messungen an denselben Objekten sind zulässig.*

(Die Notwendigkeit dieser Annahme ist selbstverständlich: Wie aus der Begründung von Gleichung (3) hervorgeht, erfordert die Aufstellung der Ungleichung Aussagen über Ergebnisse verschiedener Messungen an denselben Objekten. Sie könnte daher ohne die Annahme **A2** nicht aufgestellt werden.)

Ich werde aber nun zeigen: ***A2** folgt **nicht** aus **A1***.

Das heißt: ***A1** ist notwendig, aber nicht hinreichend für **A2**. Es muss eine Bedingung existieren, die zwar für die Ableitung der Ungleichung erforderlich ist, aber <u>nicht</u> für die Aufrechterhaltung der Lokalität.*

Um dies zu beweisen und gleichzeitig zu zeigen, um welche Bedingung es sich handelt, genügt das folgende Beispiel, das trotz seiner Einfachheit alle Eigenschaften besitzt, die zur Klärung des Sachverhalts nötig sind.

Man stelle sich einen quadratischen Raum vor, in dessen Mitte ein Haufen Kugeln liegt, die 1, 2, 3 oder 4 Gramm wiegen. An der linken und an der rechten Wand entlang sind je 10 leere Gefäße aufgestellt. Unter jedem Gefäß befindet sich eine Waage, die einen kurzen Ton aussendet, wenn während eines Beladungsvorgangs eine Grenze von 5 Gramm oder einem Vielfachen von 5 Gramm erreicht oder überschritten wird.

Im Raum hält sich eine Person auf, die *Züge* ausführt, wobei "Ausführung eines Zugs" Folgendes bedeutet: in jede der beiden Gefäßreihen werden Kugeln mit einem Gesamtgewicht von jeweils 4 Gramm verteilt, also 4g nach links und 4g nach rechts. (Die Symmetrie der Gewichtsverteilung repräsentiert die *Verschränkungsbedingung*.) Die Auswahl der Kugeln und der Gefäße ist zufällig. (Unter Beachtung der 4g-Regel; z.B. ist nach einer 3g-Kugel nur noch eine 1g-Kugel möglich.)

Jeder Zug hat ein Paar von *Ereignissen* zur Folge (Ereignis links und Ereignis rechts); jedes Ereignis hat zwei mögliche Messwerte: *Ton* oder *kein Ton*. (Der Wert *Ton* kann auch mehrere Töne beinhalten.)

Es ist sofort zu sehen, dass hier der Zusammenhang zwischen den Objekten und den Messwerten nicht von der einfachen Art ist wie bei der EPR-Annahme: nicht die *Objekteigenschaften* (die Gewichte der Kugeln) selbst werden gemessen, sondern *die Auswirkungen ihrer Akkumulation*.

Dieser Sachverhalt ist für die Frage, ob Aussagen über weitere Messungen an denselben Objekten möglich sind, von entscheidender Bedeutung, weil dadurch die Messwerte, die einem Zug folgen, nicht nur von <u>diesem</u> Zug, sondern auch von den <u>vorhergehenden</u> Zügen abhängen.

Seien z.B. E1 und E2 zwei Mess-Serien mit je 50 Zügen. Angenommen, der 38. Zug von E1 hat das Ereignispaar (*Ton* | *kein Ton*) zur Folge. Ersetzen wir nun irgendeinen der Züge von E2 (außer dem ersten) durch diesen Zug. Ist dann irgendetwas über das Ereignispaar bekannt, das diesem Zug in E2 folgt?

Die Antwort ist nein.[3] Ob auf den ersetzten Zug links oder rechts ein Ton folgt oder nicht, hängt nicht nur von diesem Zug ab, sondern auch davon, wieviel Gewicht in den Behältern schon vor diesem Zug vorhanden war. Das ist aber vom spezifischen Verlauf von E2 abhängig, der sich mit hoher Wahrscheinlichkeit vom Verlauf von E1 unterscheidet und nicht bekannt ist.

Allgemein lässt sich also feststellen: *Der Zusammenhang zwischen einem Zug und dem darauf folgenden Ereignispaar ist untrennbar an den Verlauf der jeweiligen Mess-Serie gebunden.*

Jedes Ereignispaar ist nicht nur vom unmittelbar vorhergehenden Zug, sondern auch von allen früheren Zügen abhängig. Deshalb ist es nicht möglich, irgendetwas darüber auszusagen, was geschehen würde, wenn ein Zug von einem Experiment in ein anderes versetzt wird.

Damit ist gezeigt, dass aus der Annahme A1 keineswegs die Annahme A2 folgt: In diesem Beispiel gilt mit Sicherheit, dass das Ereignis auf einer Seite nicht durch das Ereignis auf der anderen Seite beeinflusst wird. Trotzdem sind keine Aussagen darüber möglich, was irgendein Zug aus einem bestimmten Experiment in einem anderen Experiment zur Folge hätte.

Das heißt: *Aussagen über weitere Messungen an denselben Objekten sind nicht zulässig.*

Welche Voraussetzung ist es also, die zwar für die Ableitung der Ungleichung benötigt wird, aber nicht für die Lokalität? Es ist die Annahme von EPR, dass der Messwert *genau deshalb* schon vor der Messung feststeht, *weil er einer objektiv existierenden Eigenschaft des Messobjekts entspricht, die dieses Objekt schon vorher hatte.*

Offensichtlich ist diese Annahme aber für die Aufrechterhaltung der Lokalität nicht erforderlich: In unserem einfachen Beispiel steht zwar jeder Messwert ebenfalls schon vor der Messung fest, aber nicht etwa deshalb, weil er einer Eigenschaft des Messobjekts entspricht, sondern *weil er durch den Messprozess – durch die Aufsummierung der Teilgewichte und das dadurch verursachte Signal – auf eindeutige Weise erzeugt wird.*

Hier werden also keine "Objekte" im üblichen Sinn gemessen, keine "Dinge", die "als dieselben" bzw. "mit sich identisch" fortbestehen und für weitere Messungen zur Verfügung stehen, sondern wechselnde Aggregate von Objekten in stets neuer Zusammensetzung, und überdies hängt das Messergebnis immer auch vom vorhergehenden Verlauf des Experiments ab.

---

[3] Natürlich mit Ausnahme der Wahrscheinlichkeitsaussage, die sich aus der Betrachtung aller überhaupt möglichen Serien ergibt. Das ist aber hier nicht von Bedeutung.

Allgemein gesprochen: *Die Begriffe "Messobjekt" und "Messprozess" ändern sich grundlegend.*

Damit ist bewiesen, dass außer der quantenmechanischen Standardinterpretation und der Interpretation von Einstein, Podolsky und Rosen noch eine weitere, *lokale* Interpretation des 2-Photonen Szenarios möglich ist – unter der Voraussetzung, dass das Schema des Beispiels auf dieses Szenario angewendet werden kann.

Wenn es also gelingt, dieses Schema auf das 2-Photonen-Szenario zu übertragen, dann bedeutet das, dass die für die Ableitung der Bellschen Ungleichung notwendige Bedingung nicht mehr erfüllt ist. Die Ungleichung verliert damit ihre Gültigkeit und der Weg für lokale Beschreibungen ist offen.

1.4. Das 2-Photonen Szenario – Lokale Rekonstruktion der QM-Voraussagen

Was ist mit dem Ausdruck "Lokale Rekonstruktion der QM-Voraussagen für Messungen an verschränkten Photonen" gemeint? Es bedeutet, die von der QM vorausgesagten Messwerte in konsistenter Weise als Funktion von Variablen darzustellen, die direkt am Ort der Messung – also in einem der Detektoren – lokalisiert sind. Außerdem muss die Struktur des Szenarios übernommen werden, d.h. die Objekte, die die Träger dieser Variablen sind, müssen vom Zerfallsort Z stammen, dann die Polarisatoren durchqueren und schließlich die Detektoren erreichen.

Der erste Schritt ist, das Schema des Kugel-Beispiels auf das 2-Photonen Szenario zu übertragen. Dafür muss nur eine einzige Bedingung erfüllt sein:

Das Messergebnis darf nicht direkt der Eigenschaft eines Objekts entsprechen; erst die Akkumulation von Objekten soll ein Messereignis auslösen.

Im Fall von Photonen ergibt sich die Annahme, durch die diese Bedingung erfüllt werden kann, fast von selbst. Das dualistische Modell der Strahlung beinhaltet ja neben dem Konzept "Teilchen" auch schon das Konzept "Welle". Also muss bloß angenommen werden, dass nicht das Teilchen, sondern die Akkumulation von Wellen das Ereignis auslöst. [4]

---

[4] Ich erinnere daran, dass es in diesem ersten EPR-Durchgang ausschließlich darum geht, die Überzeugung zu widerlegen, dass Gleichung (2) durch kein lokales Modell begründet werden kann. Die Stärke des Bellschen Beweises liegt ja gerade in seinem Anspruch, unabhängig von jeder Art von Physik gültig zu sein. Es ist also zunächst notwendig zu zeigen, dass dieser Anspruch nicht gerechtfertigt ist. Die physikalischen Implikationen können vorläufig außer Acht gelassen werden. Wir kommen aber später auf sie zurück.

Konkret lautet die Annahme folgendermaßen: *Die unstetigen Übergänge zwischen verschiedenen Zuständen, bei denen "Photonen" erzeugt oder detektiert werden, sind die Folge stetiger Abstrahlung bzw. Akkumulation von elektromagnetischen Wellen. "Photonen" werden durch diese Annahme als solche Übergänge* ***definiert****.*

Im Fall verschränkter Photonen werden diese Wellen paarweise abgestrahlt. Ihre Polarisationsrichtungen sind zufällig. (Gleichverteilt zwischen 0 und 2π.)

Diese Annahme verhindert – wie beim Kugel-Beispiel des vorigen Abschnitts –, dass Ereignisse aus einem bestimmten Experiment in ein anderes Experiment versetzt werden können; Aussagen darüber, was der Fall wäre, wenn dasselbe Objekt-Paar – das ist hier die Menge der seit dem vorherigen Ereignispaar in beide Richtungen abgestrahlten Wellen – nochmals gemessen würde, sind dann nicht mehr möglich, und das bedeutet: die Bellsche Ungleichung kann nicht abgeleitet werden; Der Beweis der Nichtlokalität verschwindet. (Darauf werde ich weiter unten ausführlicher eingehen.)

Damit ist das Schema des Beispiels bereits auf das Photon-Szenario übertragen worden. Nun wird aber außerdem noch eine Regel benötigt, die – im Zusammenspiel mit der noch zu bestimmenden Funktion zur Berechnung der Messwerte – garantiert, dass bei allen Ereignispaaren einer Versuchsserie tatsächlich immer Gleichung (2) erfüllt ist – dass also z.B. für $\delta = 0°$ (beide Polarisatoren sind auf denselben Winkel eingestellt) *niemals* gleichzeitig auf beiden Seiten Übergänge stattfinden, oder dass für $\delta = 90°$ die Übergänge *immer* gleichzeitig erfolgen.

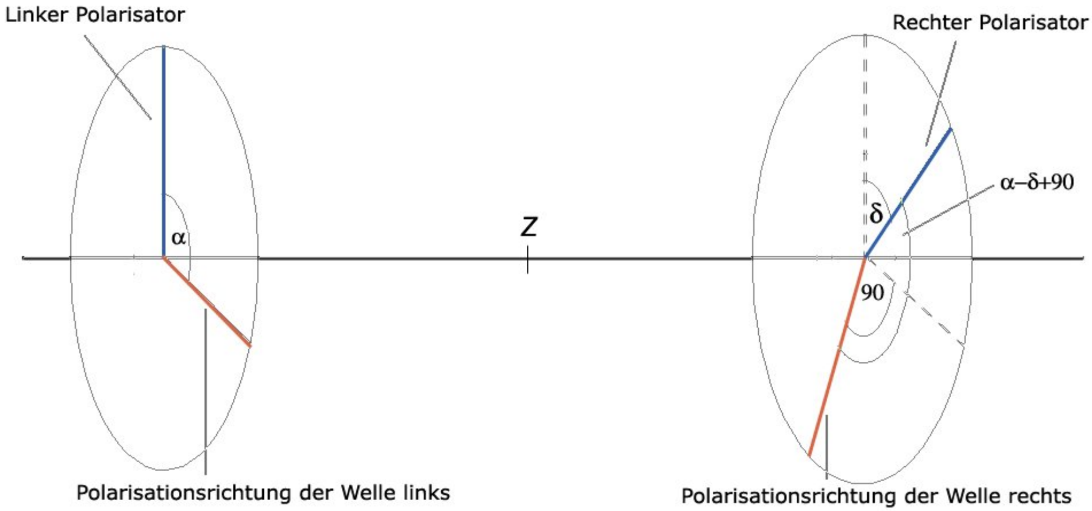
Die Regel, die das leistet, ist sozusagen der QM "entlehnt": *Der Winkel zwischen den Polarisationsrichtungen der zu irgendeinem Zeitpunkt nach beiden Seiten abgestrahlten Wellen ist gleich dem Winkel zwischen den Polarisationsrichtungen der Photonen (hier 90°).*

Hinsichtlich aller anderen Parameter sollen die Wellen völlig symmetrisch sein.

Es ist noch zu klären, was es in diesem Modell bedeutet, dass *ein Photon mit einer bestimmten Polarisation* gemessen wird. Es bedeutet: Durch die Wellen, die einen auf genau diesen Winkel eingestellten Polarisator passiert haben, wird ein Übergang verursacht. Diesem Übergang – d.h. dem "Photon" – kann dann die Eigenschaft *Polarisation in dieser Richtung* zugeschrieben werden. Nur in diesem Sinn kann also hier von der Eigenschaft *Polarisation des gemessenen Photons* gesprochen werden.

Es ergibt sich folgendes Bild: (S2 unterscheidet sich von S1 durch die Annahme des verborgenen Parameters *Polarisation der Lichtwellen*. Man beachte aber, dass dieser *nicht* dem verborgenen

Parameter *Polarisation der Photonen* entspricht, wie er sich aus der EPR-Interpretation des Szenarios ergeben würde!)



(S2)

Der linke Polarisator sei auf den Winkel 0° eingestellt, der rechte auf den Winkel δ. α_i seien die zufälligen Polarisationswinkel der Wellen auf der linken Seite, (α_i+90) daher die der Wellen rechts. Hinsichtlich der Amplituden der Wellen sind keine spezifischen Annahmen notwendig; sie können gleich 1 gesetzt werden. Demnach sind $\cos\alpha_i$ die Amplituden der Wellen, die den linken Polarisator durchquert haben, $\cos(\alpha_i+90-\delta)$ die entsprechenden Amplituden rechts.

Damit sind alle Vorbereitungen getroffen, um die QM-Resultate aller Experimente mit Polarisationsmessungen an verschränkten Photonen auf lokale Weise zu rekonstruieren.

Zunächst werden Zufallsvariable X und Y folgendermaßen definiert:

$$X_i = \cos^2\alpha_i \qquad (1 \leq i \leq n) \tag{5}$$

$$Y_i = \cos^2(\alpha_i + 90 - \delta) \qquad (1 \leq i \leq n) \tag{5'}$$

Die Zufallsvariablen sind in diesem Modell die Quadrate jener Wellenamplituden, die *wirklich* die Detektoren erreichen. Es handelt sich also zweifellos um *lokale* Variablen.[5]

Behauptung:

Sei $I = \{ i \mid 1 \le i \le n \}$ die Menge der Nummern der Zufallsvariablen bei einer Gesamtzahl von n Paaren. Sei $I_L = \{ i_L \}$ jene Teilmenge von I, für die gilt: $X_{i_L} > 1/2$, $I_R = \{ i_R \}$ jene Teilmenge von I, für die gilt: $Y_{i_R} > 1/2$. $I_{LR} = \{ i_{LR} \}$ sei jene Teilmenge von I, für die gilt: $X_{i_{LR}} > 1/2$ und $Y_{i_{LR}} > 1/2$. ($I_{LR} = I_L \cap I_R$)

Sei w_L die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Photons auf der linken, w_R die auf der rechten Seite, w_{LR} die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Erscheinens von Photonen auf beiden Seiten.

Dann ist (mit $n \to \infty$)

$$w_L = \frac{\pi}{n} \sum_{i \in I_L} (X_i - 1/2) = 1/2 \qquad w_R = \frac{\pi}{n} \sum_{i \in I_R} (Y_i - 1/2) = 1/2 \tag{6}$$

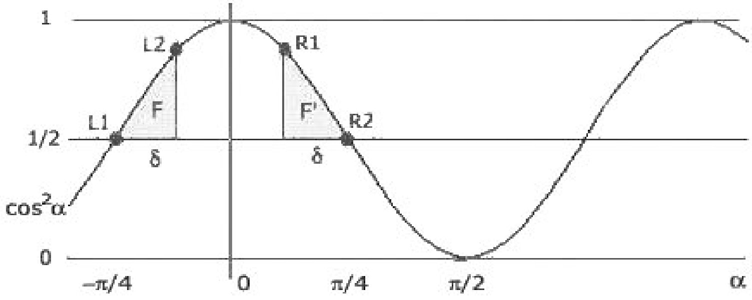
$$w_{LR} = \frac{\pi}{n} \sum_{i \in I_{LR}} (X_i - 1/2) = 1/2 \sin^2\delta \qquad \left[= \frac{\pi}{n} \sum_{i \in I_{LR}} (Y_i - 1/2) \right] \tag{7}$$

Beweis:

Wir betrachten die $\cos^2$-Kurve. (δ ist der Winkel zwischen den Polarisatorebenen).

---

[5] Um Missverständnissen vorzubeugen: Die Zufallsgrößen X und Y stellen *keine* Photonen dar, und sie sind *keine* Wahrscheinlichkeiten; Gemäß den obigen Annahmen *verursachen* sie durch ihre Akkumulation die unstetigen Übergänge – sie "erzeugen" die gemessenen "Photonen". Die Anzahl n der Zufallsvariablen steht also in keiner Beziehung zur Zahl der Ereignisse. Die Wellen, deren Amplitudenquadrate hier als Ausgangspunkt dienen, sind als Teilwellen einer Welle gedacht, deren Schwingungsrichtung sich (vor den Polarisatoren) in zufälliger Weise ändert und die als Summe (bzw. mit $n \to \infty$ als Integral) dieser Teilwellen dargestellt werden kann.



(S3)

Wenn α (der Winkel zwischen der Schwingungsrichtung der Welle und der Polarisatorebene auf der linken Seite) zwischen L1 und L2 liegt, dann liegt α+90–δ (der entsprechende Winkel auf der rechten Seite) zwischen R1 und R2. Es ist zu sehen, dass nur für $-\pi/4 < \alpha < -\pi/4 + \delta$ und $3\pi/4 < \alpha < 3\pi/4 + \delta$ die Amplitudenquadrate (d.h. die Zufallsvariablen) auf beiden Seiten größer als 1/2 sind.

Die Fläche F ist gleich der Fläche F' und es gilt

$$F = \int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{-\pi}{4}+\delta} \cos^2\alpha \, d\alpha - \delta \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin^2\delta \qquad (8)$$

Mit $n \to \infty$ entspricht die Summe in (7) genau dieser Fläche F.

Die Summe von (6) entspricht der Fläche, die die $\cos^2$-Kurve und die 1/2-Gerade zwischen $-\pi/4$ und $\pi/4$ einschließen; Das Resultat von (6) entspricht daher dem von (7), wenn in (7) $\delta = \pi/2$ gesetzt wird; es beträgt also 1/2.

Damit ist das angestrebte Ziel erreicht. Mit (6) und (7) ist es gelungen, die gesuchten Wahrscheinlichkeiten als Funktionen von Teilmengen von Zufallsvariablen auf jeweils *einer* Seite, also durch lokale Bedingungen auszudrücken. Auch für den Fall, dass die Eigenschaft, durch die eine Teilmenge definiert ist, sich nicht nur auf die Zufallsvariablen auf einer Seite bezieht, sondern – wie bei (7) – auch auf die der anderen Seite, gibt es dabei kein Problem: Für die Aufstellung von Gleichung (7) wird ja nur die *Existenz* dieser Eigenschaft benötigt.

Es wurde bisher nur der Fall besprochen, dass der Winkel zwischen den Polarisationsrichtungen der paarweise abgestrahlten Wellen gleich $\pi/2$ ist. Die Verallgemeinerung auf einen beliebigen Winkel ζ ist trivial, weil unmittelbar einsichtig ist, dass der Zusammenhang zwischen den Größen der Wellenamplituden, die links und rechts durch die Polarisatoren gehen, in jedem Fall vom Differenzwinkel $(\zeta - \delta)$ abhängt.

Ich gebe nur die Gleichung an. Sie lautet:

$$\boxed{W_{LR} = \frac{\pi}{n} \sum_{i \in I_{LR}} (X_i - 1/2) = 1/2 \cos^2(\zeta - \delta) \quad \left[= \frac{\pi}{n} \sum_{i \in I_{LR}} (Y_i - 1/2) \right] \qquad (9)}$$

Gleichung (9) ist in allen möglichen Fällen identisch mit der quantenmechanischen Vorgabe. (Z.B. gilt für $\zeta = 0$ (d.h. die gemessenen Photonen haben dieselbe Polarisation): $W_{LR} = 1/2 \cos^2\delta$.)

1.5. Ergänzende Bemerkungen

1. In diesem lokalen Modell wird vorausgesetzt, dass die unstetigen Übergänge in den Detektoren durch stetige Akkumulation von Wellen verursacht werden. Daraus folgt, dass es im Allgemeinen nicht möglich ist, die Lichtwellen, die zur selben Zeit unterwegs sind, einem einzigen solchen Akkumulationsprozess zuzuordnen, als dessen Folge dann ein *Photon* detektiert wird. Stattdessen muss angenommen werden, dass sie Beiträge zu verschiedenen solchen Prozessen leisten. Im Allgemeinen kann also ein Übergang, der einem *detektierten Photon* entspricht, *nicht* einem bestimmten Übergang, der einem *erzeugten Photon* (bzw. Photonenpaar) entspricht, zugeordnet werden. (Deshalb kann – wie beim Kugelbeispiel – die Bellsche Ungleichung hier nicht angewendet werden. Mehr dazu gleich im nächsten Abschnitt.)

2. Die Wellen mit verschiedenen Polarisationsrichtungen, die paarweise abgestrahlt werden, können auch *einem einzigen Zerfallsprozess* entstammen. (Diese Annahme steht nicht im Widerspruch zur QM, wo diese Wellen ja gar nicht existieren.)

3. Die Gleichungen (6), (7) und (9) gelten auch für den Fall einer Reihe experimentell voneinander getrennter *Einzelprozesse* (Ereignispaare). Auch in diesem Fall gibt es aber immer zeitgleich ablaufende Akkumulationsprozesse, die *noch nicht* zu Übergängen geführt haben.

4. Das hier vorgestellte Modell ist in jedem Detail lokal: Wellen werden beim Übergang zwischen zwei Zuständen eines Objekts paarweise abgestrahlt. Sie sind in einem bestimmten Winkel zueinander polarisiert und ansonsten symmetrisch. Durch Polarisatoren mit gegebener Ausrichtung werden ihre Amplituden reduziert. Die Quadrate dieser Amplituden bilden die Zufallsvariablen X und Y. Die Ereigniswahrscheinlichkeiten werden als Funktionen derjenigen Zufallsvariablen ausgedrückt, deren Träger tatsächlich in einen der beiden Detektoren gelangen.

Allgemein gilt: Für die *Gewissheit*, dass es zwischen zwei Messwerten an verschiedenen Orten keinen nichtlokalen Zusammenhang gibt, ist vollständige Kenntnis der Kausalketten erforderlich, die schließlich zu jenen Variablenwerten direkt am Messort führen, als deren Funktion die Messwerte definiert sind. Dies setzt wiederum den gemeinsamen Beginn der Kausalketten am selben Ort voraus. (Sonst würden sie sich immer weiter in die Vergangenheit fortsetzen.)

Genau diese Bedingungen sind hier erfüllt.

1.6. Warum ist hier die Bellsche Ungleichung nicht anwendbar?

Im lokalen Modell wird angenommen, dass in den Detektoren stetige Akkumulationsprozesse zeitlich parallel laufen, die später zu Übergängen ("detektierten Photonen") führen.

Wo und wann jeweils Übergänge stattfinden, die detektierten Photonen entsprechen, hängt von den Wellen ab, die die Detektoren jeweils erreichen, *und* von den spezifischen Bedingungen in den Detektoren. Zu diesen Bedingungen gehören aber jedenfalls auch die Wellen, die *früheren* Zerfällen entstammen und *noch nicht* zu Übergängen geführt haben.

Es ist unmittelbar einleuchtend, dass unter diesen Voraussetzungen keine vom Versuchsverlauf unabhängigen Ereignispaare existieren. Wegen der Wichtigkeit dieser Tatsache will ich aber doch ein wenig ausführlicher darauf eingehen.

Würde man z.B. versuchen, das Ereignispaar mit der Nummer k als Funktion der Wellen zu beschreiben, die seit dem Ereignispaar mit der Nummer k-1 die Detektoren erreicht haben[6], dann scheitert dieser Versuch daran, dass das k-te Ereignispaar nicht nur von *diesen* Wellen abhängt, sondern auch von den Wellen, die schon vorher die Detektoren erreicht haben.

[6] Das würde einem *Zug* im Kugelbeispiel des Abschnitts 1.3. entsprechen.

Eine andere Möglichkeit wäre, jedem Photonenereignis die Menge zuzuordnen, die genau jene Zufallsvariablen enthält, die tatsächlich zu dem jeweiligen Übergang beigetragen haben.

Sei also A_k das k-te Ereignis auf der linken Seite, $A_k = 1$ (ein Photon wird detektiert). $\{X\}_k$ sei die Menge der Zufallsvariablen, die dieses Ereignis verursachen. $\{X\}_k$ enthält dann nicht nur Wellen aus dem k-ten Zerfall, sondern auch Wellen aus den Zerfällen mit den Nummern 1 bis k–1.

Die Reihenfolge der abgestrahlten Wellen mit verschiedenen Polarisationsrichtungen ändert sich aber von Experiment zu Experiment. Es ist also vom spezifischen Verlauf des Experiments abhängig, welche Zufallsvariablen in $\{X\}_k$ enthalten sind. Mit $n \rightarrow \infty$ (n Zahl der Zufallsvariablen) geht die Wahrscheinlichkeit gegen 0, dass die Menge $\{X\}_k$ in irgendeinem anderen Experiment mit identischen Polarisatorrichtungen abermals zu genau *einem* Übergang führt. Vielmehr werden in jedem anderen Experiment die Zufallsvariablen aus $\{X\}_k$ nicht einen einzigen Übergang verursachen, sondern Beiträge zu vielen verschiedenen Übergängen leisten.

Auch bei dieser Definition können daher die Ereignisse nicht vom spezifischen Versuchsablauf getrennt werden.

Tatsächlich gibt es überhaupt keine Definition, die das leisten könnte. Es gilt vielmehr Folgendes:

Im lokalen Modell gibt es keine Ereignispaare A und B, die vom Verlauf des Experiments unabhängig sind und deshalb auch in jedem anderen Experiment auftreten könnten. Stattdessen gibt es Paare von Ereignissen $A_k(E_m)$ und $B_k(E_m)$, die *untrennbar* mit dem Verlauf eines bestimmten Experiments E_m verbunden sind, d.h. die nur in *diesem* Experiment zu *diesem* Zeitpunkt auftreten.

Es ist daher nicht möglich, irgendetwas über die Resultate weiterer Messungen an denselben Objekten zu sagen.

In der Interpretation des Szenarios mit verschränkten Photonen, die der Bellschen Ungleichung zugrunde liegt, gibt es keine solche Einschränkung; dort ist jedes Ereignispaar von allen vorhergehenden Ereignispaaren und somit auch vom Versuchsverlauf unabhängig. Die Ereignisse sind also nicht an ein bestimmtes Experiment gebunden. Annahmen über andere Messungen an denselben Objekten sind zulässig.

Genau dieser Unterschied zwischen der Bellschen Sichtweise und der hier vorgestellten ist der Grund, weshalb es unmöglich ist, im lokalen Modell eine Ungleichung Bellscher Art abzuleiten, denn bei der Ableitung einer solchen Ungleichung sind Informationen über die Messresultate bei *einem* Experiment mit bestimmten Richtungen der Polarisatoren niemals ausreichend; es müssen immer auch Informationen über Messungen *an denselben Objekten* bei einer weiteren Richtung einbezogen werden.

Das soll nun abschließend am Beispiel der Arbeit von John Bell von 1964 gezeigt werden. [7]

Im Folgenden steht λ für beliebige Variablen, von denen die Messresultate A und B in beliebiger Weise abhängen können. ($A = \pm 1$, $B = \pm 1$; $+1$ bedeutet: Photon, -1: kein Photon.)

$\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ sind Einheitsvektoren in Richtung der Polarisatorebenen. ρ ist die normierte Wahrscheinlichkeitsverteilung von λ. $P(\vec{a},\vec{b})$ ist der Erwartungswert des Produkts von A und B.

Kurz vor dem Ende der Ableitung findet sich die Gleichung

$$P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{c}) = -\int d\lambda\, \rho(\lambda) \left[A(\vec{a},\lambda)\ A(\vec{b},\lambda) - A(\vec{a},\lambda)\ A(\vec{c},\lambda) \right] =$$

$$= \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, A(\vec{a},\lambda)\ A(\vec{b},\lambda) \left[A(\vec{b},\lambda)\ A(\vec{c},\lambda) - 1 \right]$$

Hier wird vorausgesetzt, dass $A(\vec{b},\lambda)\, A(\vec{b},\lambda) = 1$, was in der üblichen Sichtweise (und Schreibweise!) selbstverständlich erscheint.

Die beiden Ausdrücke $A(\vec{b},\lambda)$ sind jedoch im lokalen Modell nicht identisch. Wie die Fortsetzung der Ableitung zeigt

$$\Rightarrow \qquad \left| P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{c}) \right| \leq \int d\lambda\, \rho(\lambda) \left[1 - A(\vec{b},\lambda)\ A(\vec{c},\lambda) \right]$$

$$\Rightarrow \qquad 1 + P(\vec{b},\vec{c}) \geq \left| P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{c}) \right|$$

müssen sie Ereignissen aus zwei verschiedenen Experimenten zugeordnet werden: der erste einem Ereignis aus einem Experiment mit den Polarisatorstellungen ($\vec{a}$, $\vec{b}$) und der zweite einem Ereignis

[7] John Stewart Bell, *On the Einstein Podolsky Rosen Paradox*, Physics, 1, 195-200 (1964). (Bells Beweis bezieht sich auf Spin ½ Teilchen. Er gilt aber genauso für Photonen.)

aus einem anderen Experiment mit ($\vec{b}$, $\vec{c}$). Im lokalen Modell ist aber kein Schluss vom Ereignis aus dem ersten Experiment auf das Ereignis aus dem zweiten Experiment möglich. Die Annahme $A_k(E1) * A_j(E2) = 1$ ist für kein (k, j) zulässig.

Die Ableitung der Ungleichung scheitert also, und dasselbe gilt, wie schon erwähnt, für jede Ungleichung dieser Art.

1.7. Zusammenfassung, Schluss

Die Ausführungen der letzten Abschnitte sind vielleicht manchen, die mit dem EPR-Szenario nicht vertraut sind, schwierig erschienen. Glücklicherweise ist aber der eigentliche Grund, warum durch die bisherige Sichtweise des EPR-Paradoxons eine lokale Interpretation ausgeschlossen war und warum sie in der neuen Sichtweise möglich ist, wirklich einfach.

Vergleichen wir also abschließend die übliche Sicht des Verlaufs eines Experiments mit verschränkten Objekten mit der Sicht, die dem lokalen Alternativmodell zugrunde liegt:

In der üblichen Sicht gibt es Paare verschränkter Objekte, die Paare von Ereignissen verursachen. Nach jedem Ereignispaar ist ein physikalischer Prozess vollständig abgeschlossen, und mit dem nächsten Zerfall beginnt ein neuer Prozess, der von allen vorangegangenen völlig unabhängig ist. Jede Versuchsserie besteht aus einer Reihe solcher voneinander unabhängigen Prozesse.

Wenn man nun – wie EPR – dazu noch annimmt, dass die Bedingung **A1** aus Abschnitt 1.3 gilt (dass also die Messungen auf beiden Seiten voneinander unabhängig sind), dann ist auch die Bedingung **A2** erfüllt (d.h. Aussagen über weitere Messungen an denselben Objekten sind möglich) und die Bellsche Ungleichung kann abgeleitet werden; *Lokalität ist damit ausgeschlossen.*

Ganz anders beim lokalen Alternativmodell. Zwar sind auch hier beide Seiten voneinander unabhängig, und das Messergebnis steht schon vor der Messung fest, aber es ist nicht nur vom aktuellen Objekt-Paar, sondern auch vom ganzen vorausgegangenen Versuchsablauf abhängig. Die Mess-Serie eines Experiments besteht daher nicht mehr aus einer Reihe voneinander getrennter Prozesse, die durch die jeweiligen Messereignisse abgeschlossen werden – sie muss vielmehr als *Gesamtprozess* gesehen werden, in dem jeder frühere Messvorgang sich auf jeden späteren auswirkt. (Genauso wie beim anschaulichen Beispiel mit den Kugeln.)

Kein Ereignispaar kann aus einem solchen spezifischen Gesamtprozess herausgelöst werden. [8]

Dann ist jedoch die Bedingung **A2** nicht erfüllt: Voraussagen über weitere Messungen an denselben Objekten sind unzulässig, und die Bellsche Ungleichung kann nicht abgeleitet werden. *Lokalität ist möglich*.

Die Verschränkungsbedingung muss natürlich auch im lokalen Modell eingehalten werden – das ist Aufgabe der Funktion, die die quantenmechanischen Voraussagen reproduziert – aber sie gilt nur für Ereignispaare, die zu einem bestimmten Versuchsablauf gehören. Aussagen über weitere Messungen an irgendeinem Paar von Objekten aus diesem Versuchsablauf sind nicht möglich.

Kurz gesagt ist also der entscheidende Punkt der folgende:

*Im lokalen Modell sind die Ereignispaare vom Versuchsverlauf **abhängig**, für die Ableitung der Bellschen Ungleichung müssen sie jedoch davon **unabhängig** sein. Deshalb kann im lokalen Modell die Ungleichung nicht abgeleitet werden.*

Dann verschwindet aber der Beweis der Nichtlokalität, und der Weg ist frei für lokale Darstellungen verschränkter Systeme; Und diese Freiheit zu nützen führt, wie soeben am Beispiel verschränkter Photonen gezeigt, tatsächlich zum Erfolg.[9]

Damit ist die Behauptung widerlegt, dass Messungen an verschränkten Photonen durch keine Theorie mit ausschließlich lokalen Parametern dargestellt werden könnten. Die Funktion in (9) ist allerdings physikalisch wenig sinnvoll, was aber für die Widerlegung ohne Bedeutung ist. Sie wurde nur wegen ihrer Einfachheit gewählt.

Eine verständliche und physikalisch sinnvolle Lösung – die aber auf dem gleichen Schema beruht – werde ich im Abschnitt 3.11. nach der Interpretation der Relativitätstheorie sowie der Alternativ-

---

[8] Im Fall der Messung eines einzelnen Ereignispaars sorgt die Präparation des Experiments dafür, dass die danach vorgenommene Messung der Voraussage entspricht (genauer: dass eine Reihe solcher Messungen die vorausgesagte Verteilung ergibt).

[9] Ich sagte in der Einleitung, dass die Alltagssprache, verbunden mit ein wenig Mathematik, für die Auflösung einiger Probleme besser geeignet ist als die Fachsprache. In der lokalen Auflösung des EPR-Paradoxons zeigt sich das deutlich: wenn das 2-Photonensystem als Vektor im Produktraum der 2-dimensionalen Hilberträume der beiden Teilchen betrachtet wird, dann sind die soeben durchgeführten Gedankengänge unmöglich. Die Wirklichkeit, die sich hinter dem Formalismus befindet und ihn begründet, ist verschwunden.

beschreibung des Lichtelektrischen Effekts und des Compton-Effekts im Anschluss an die Interpretation der Quantentheorie präsentieren.

Alle diese Darstellungen werden sich als Bausteine erweisen, die sich zu einem Mosaik zusammenfügen, zu einer sinnvollen Gesamtgestalt, die es ermöglicht, auch andere Prinzipien der Vernunft wieder in ihre Rechte zu setzen – so wie es gerade eben mit dem Prinzip *Lokalität* geschehen ist.

<u>Bemerkung:</u>

Das Problem von "Unmöglichkeitsbeweisen" ist, dass sie *in allen möglichen Welten* gelten müssen. Die "Menge möglicher Welten" ist aber nicht bekannt.

Daher kann es geschehen – wie sich bei der soeben durchgeführten Widerlegung des Bellschen Beweises der Unmöglichkeit lokaler Beschreibungen verschränkter Systeme gezeigt hat -– dass eine Welt übersehen wird, die nicht etwa wegen ihrer Seltsamkeit oder Unwahrscheinlichkeit außerhalb des Blickfeldes liegt, sondern einfach nur deshalb, weil sie auf den ausgetretenen Interpretationspfaden nicht erreichbar ist.

Ich erinnere nochmals an das Kugelbeispiel aus 1.3, das die neue Sichtweise veranschaulicht: hier wird keine seltsame oder exotische Wirklichkeit vorgestellt, sondern eine völlig verständliche, lokale und objektive Wirklichkeit – und von genau dieser Art ist die Wirklichkeit, die der quantenmechanischen Beschreibung verschränkter Systeme zugrunde liegt.