

(Dies ist ein Teil des Buchs [Der Begriff der Wirklichkeit.pdf](#))

Heinz Heinzmann

Der Compton-Effekt

Bei der Streuung von Röntgenstrahlen an Elektronen werden zwei Effekte beobachtet, die nicht mit der Annahme vereinbar scheinen, dass Licht nur eine Welle ist:

1. Die Wellenlänge der gestreuten Strahlung ist größer als die der einfallenden.
2. Die Streuwinkelverteilung ist bezüglich Vorwärts- und Rückwärts-Richtung asymmetrisch.

1922 gelang es Arthur Compton, die Streuung von Röntgenstrahlen an Graphit als Stoßprozess von Lichtquanten und Elektronen zu beschreiben.

Er leitete die gemessene, vom Streuwinkel ϑ abhängige Differenz zwischen der Wellenlänge λ_2 der gestreuten und der Wellenlänge λ_1 der einfallenden Strahlung

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_C (1 - \cos \vartheta) \quad (\lambda_C \text{ Compton-Wellenlänge des Elektrons})$$

aus der Annahme ab, dass Lichtteilchen an Elektron-Teilchen gestreut werden.

Der Unterschied zwischen Compton-Effekt und Lichtelektrischem Effekt besteht – aus konventioneller Sicht – darin, dass beim LE das Photon absorbiert wird, dass es also seine ganze Energie an das Elektron abgibt, während beim CE das Photon vom Elektron abgelenkt wird und nur einen Teil seiner Energie verliert.

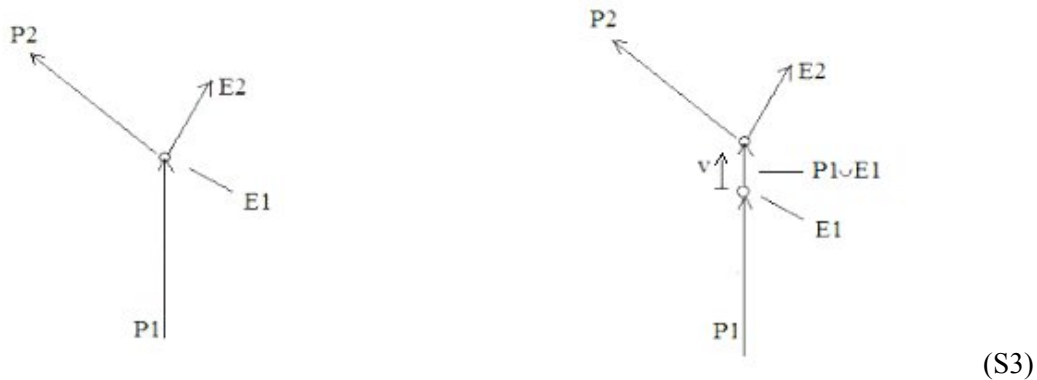
Von dem hier eingenommenen Standpunkt aus besteht der Unterschied zwischen beiden Effekten darin, dass beim LE die beiden Wellen eine dauernde Superposition bilden, während sie sich beim CE wieder trennen.

Aus dieser Sicht erfolgt der Streuprozess Photon-Elektron also in zwei Schritten:

A: Das Photon trifft auf ein ruhendes Elektron. Beide Wellen bilden eine Überlagerung.

B: Beide Wellen trennen sich wieder.

In der folgenden Skizze links der Streuprozess als Stoß, rechts die 2-Schritt Variante:



$P1 \cup E1$ bezeichnet den kurzzeitig bestehenden Überlagerungszustand beider Wellen.

Der ganze Prozess lässt sich also wie folgt beschreiben:

Das ruhende Elektron $E1$ vereinigt sich mit dem Photon $P1$. Es wird dadurch zu E_+ . ($E_+ = P1 \cup E1$). E_+ bewegt sich mit der Geschwindigkeit v . E_+ gibt das Photon $P2$ ab und wird zum Elektron $E2$.

Nennen wir das Labor-Bezugssystem S . Wir betrachten nun die Verhältnisse in jenem relativ zu S mit v bewegten Bezugssystem S' , in dem E_+ ruht. $E1'$ bewegt sich also relativ zu S' mit $-v$.

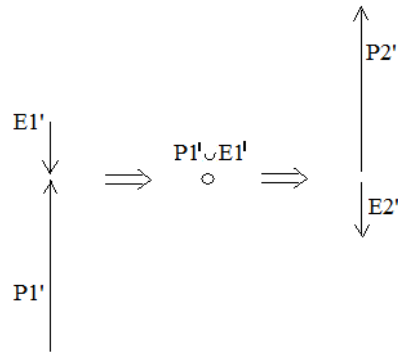
Ein mit v bewegtes Elektron hat eine de Broglie-Wellenlänge von

$$\lambda_B = \lambda_C \frac{c}{v} k \quad \left(\lambda_C \dots \text{Compton-Wellenlänge des Elektrons, } k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)$$

Bezüglich S' gilt also:

(1) Die Wellenlänge von $E1'$ beträgt $\lambda_C \frac{c}{v} k$.

Wir bleiben in S' . Nehmen wir nun zunächst den Fall an, dass sich die beiden Wellen genau entlang der Geraden trennen, auf der sich $P1'$ zu $E1'$ hin bewegt hat.



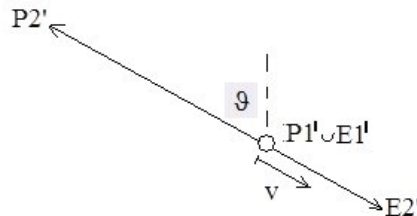
(S4)

Dann ist der Trennungsprozess $TP(0^\circ)$ offenbar die Umkehrung des Vereinigungsprozesses VP , und das führt zu

$$P2' = P1' \text{ und } E2' = E1'.$$

$E2'$ hat dann in S' wieder (so wie vorher $E1'$) die Geschwindigkeit $-v$. $P2'$ wäre in der üblichen Darstellung ein *nicht gestreutes* Photon.

Jetzt gehen wir zu einer beliebigen Trennungsrichtung ϑ über. In bezug auf S' entfernen sich $P2'$ und $E2'$ voneinander wieder entlang einer Geraden.



(S5)

Gegenüber dem Trennungsprozess $TP(0^\circ)$ ist dieser Trennungsprozess $TP(\vartheta)$ nur gedreht, ansonsten aber unverändert. Es ist also *derselbe* Prozess, der Betrag der Geschwindigkeit von $E2'$ in S' ist daher

wiederum $|v|$, und das aus $TP(\vartheta)$ hervorgegangene Photon ist bis auf die Richtung identisch mit dem aus $TP(0^\circ)$ hervorgegangenen Photon.

In Verbindung mit dem Vorhergehenden ergibt sich, dass in S' gilt:

(2) Das einfallende Photon $P1'$ und das gestreute Photon $P2'$ sind bis auf die Richtung identisch.

Es ist somit $\lambda_{P1'} = \lambda_{P2'}$ für alle Streuwinkel ϑ .

Zuletzt benötigen wir noch Folgendes:

In S' hat $E1'$ die Geschwindigkeit $-v$. E_+ ist relativ zu S' in Ruhe.

Die Frage ist: Was muss bezüglich $P1'$ gelten, damit, wie gefordert, in S' die Geschwindigkeit der Vereinigung E_+ der beiden Wellen $E1'$ und $P1'$ gleich 0 wird?

Die de Broglie-Wellenlänge $\lambda_B = \lambda_C \frac{c}{v} k$ des Elektrons ist ein relativistisches Phänomen: Durch Lorentz-Transformation einer gleichphasigen Schwingung in ein mit v bewegtes System wird die Phasengleichheit aufgehoben und es entsteht eine Phasenwelle mit ebendieser Wellenlänge. Wenn die dadurch erzeugte Bewegung wieder verschwinden soll, muss diese Phasenverschiebung aufgehoben werden.

Betrachten wir den kurzzeitigen Überlagerungszustand E_+ der Wellen, die $P1'$ und $E1'$ repräsentieren:

$E1'$ wird gemäß (1) repräsentiert durch (f_e ... Frequenz des ruhenden Elektrons)

$$\cos 2\pi \left(t f_e \frac{1}{k} + x \frac{1}{\lambda_C} \frac{v}{c} \frac{1}{k} \right) = \cos 2\pi \left(t f_e \frac{1}{k} + x \frac{1}{\lambda_B} \right)$$

$P1'$ wird repräsentiert durch

$$\cos 2\pi \left(t f_{P1'} - x \frac{1}{\lambda_{P1'}} \right)$$

Setzen wir nun die Wellenlänge von P1' gleich der von E1', also

$$\lambda_{P1'} = \lambda_B = \lambda_C \frac{c}{v} k,$$

dann entstehen durch die Wellenüberlagerung E1' * P1' gemäß dem Summensatz für Winkelfunktionen

$$2 \cos a \cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$$

(genau wie beim Lichtelektrischen Effekt) zwei Wellen:

Bei der ersten Welle verschwindet der x-Term, was nichts anderes bedeutet, als dass hier tatsächlich die Phasenverschiebung aufgehoben und deshalb die Geschwindigkeit von E+ gleich 0 ist.

Die zweite Welle würde sich, von S aus gesehen, entgegen der Richtung des einfallenden Photons bewegen, die Frequenz wäre aber zugleich gegenüber der Frequenz des in S ruhenden Elektrons E1 verringert, was nicht möglich ist. Wie beim Lichtelektrischen Effekt entfällt also auch hier dieser zweite Teil.

Somit gilt:

(3) Das einfallende Photon P1' hat im Bezugssystem S' die Wellenlänge

$$\lambda_{P1'} = \lambda_B = \lambda_C \frac{c}{v} k$$

Nun muss nur noch von S' ins Laborsystem S transformiert werden.

Für die Berechnung der Wellenlängen von P1 und P2 benötigen wir lediglich den relativistischen Dopplereffekt für beliebige Winkel ϑ , also:

$$\lambda' = \lambda \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta\right) \frac{1}{k}$$

In unserem Fall ist

$$\lambda_{P1} = \lambda_{P1'} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \frac{1}{k}$$

und, wegen (2)
$$\lambda_{p2} = \lambda_{p1} \cdot \left(1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta\right) \frac{1}{k}$$

Daraus folgt
$$\lambda_{p2} - \lambda_{p1} = \lambda_{p1} \cdot \frac{1}{k} \frac{v}{c} (1 - \cos \vartheta).$$

Wird nun der Wert für λ_{p1} aus (3) eingesetzt, ergibt sich

$$\lambda_{p2} - \lambda_{p1} = \lambda_C (1 - \cos \vartheta)$$

und das ist das gewünschte Resultat.

Was ist mit der Asymmetrie der Streuwinkelverteilung?

In S' sind alle Streurichtungen gleich wahrscheinlich, d.h. gleichverteilt zwischen 0° bis 360° .
Bezüglich des Laborsystems S folgt dann die beobachtete, mit der Frequenz der einfallenden Photonen zunehmende Asymmetrie der Streuwinkelverteilung.

Auch bei der Beschreibung der Streuung von hochfrequentem Licht an Elektronen ist es also gelungen, ohne alle physikalischen Voraussetzungen, nur auf die Annahme gestützt, dass sowohl Licht als auch Elektron Wellen sind, das richtige Resultat abzuleiten. Da dieses Resultat als Differenz von Wellenlängen angegeben ist, war es hier – anders als beim Lichtelektrischen Effekt – bis zum Schluss nicht notwendig, auf die übliche mechanische Beschreibung überzuwechseln oder auch nur irgendeinen der dort notwendigen Begriffe zu erwähnen.

Wie zu sehen war, sind in die Ableitung Symmetrieannahmen eingegangen; sie dienten aber nicht, wie üblich, der Begründung von Erhaltungssätzen, sondern wurden für die Annahme benötigt, dass sich in bezug auf S' nur die Ausbreitungsrichtung der beiden Wellen ändert, nachdem sie sich getrennt haben, dass sie aber ansonsten für alle Streuwinkel identisch sind.

Alles, was am Ende des vorigen Abschnitts zum Lichtelektrischen Effekt gesagt wurde, gilt identisch oder analog auch hier. Eine Zusammenfassung oder ein Kommentar erübrigen sich somit.

Damit sind die beiden Experimente, durch die der Welle-Teilchen-Dualismus der Strahlung in die Physik Eingang fand, durch *Wellenüberlagerungen* beschrieben worden. Die Annahme von Licht-Teilchen erwies sich als überflüssig.